Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

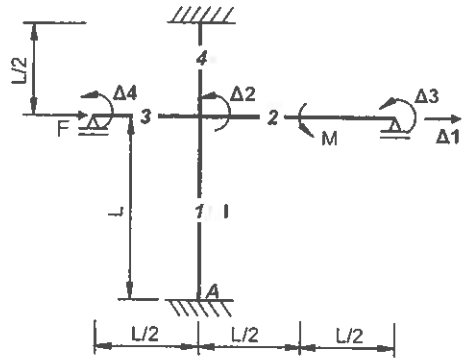
Duração: 40 min

2011-07-14

Exame de *Mecânica das Estruturas II* - Parte Teórica

Nota: *Não é permitida consulta*

Questão 1

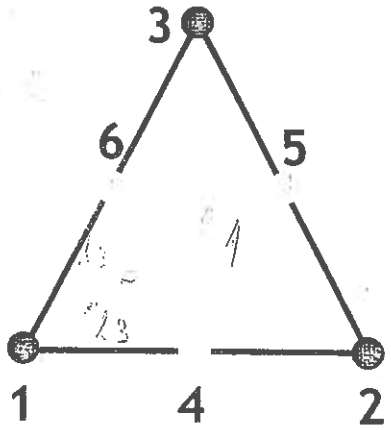


A estrutura representada na figura é constituida por uma viga (elementos 2 e 3) de momento de inércia 2I e pela coluna (elementos 1 e 4) com momento de inércia I. Considere apenas os graus de liberdade assinalados (Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4), bem como a força F nodal e o momento M aplicado a meio do elemento 2.

a) Para esses graus de liberdade estabeleça os coeficientes de rigidez da diagonal principal ($k_{i,j}$ com i=j) da matriz de rigidez total da estrutura em referencial global, bem como os coeficientes $k_{1,2}$ e $k_{2,4}$. (4 Val.)

b) Atendendo apenas aos quatro graus de liberdade indicados, estabeleça o vector de forças de solicitação considerando a força F e o momento M aplicados na estrutura. (4 Val.)

Questão 2



Considere o elemento triangular de 6 nós representado na figura.

a) Nos elementos triangulares podem-se usar coordenadas de área. Diga o que entende por coordenadas de área exemplificando como são calculadas. (4 Val.)

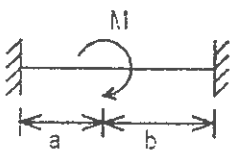
b) Para o elemento representado e atendendendo às respectivas coordenadas de área L_1, L_2 e L_3, do conjunto de funções de forma apresentado em baixo, indique, justificando, qual a função de forma adequada ao elemento e a que nó diz respeito. (4 Val.)

a) $N_a = (1 - L_2)L_1$
b) $N_b = 4L_2L_3$
c) $N_c = (2L_3 - 1)L_1$
d) $N_d = L_3L_1$

Questão 3

Admita que num problema 2D (por exemplo em estado plano de tensão) é feita uma discretização com elementos triangulares de 6 nós (como o da questão anterior) e se pretende efectuar uma análise mecânica devida ao peso próprio. Indique os principais passos que seriam necessários para estabelecer o vector solicitação apenas para um elemento e relativo a esse carregamento. (4 Val.)

$$[K]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



$$F_1 = 0 \quad F_2 = -\frac{6Mab}{L^3} \quad F_3 = -\frac{Mb}{L}\left(2 - \frac{3b}{L}\right)$$

$$F_4 = 0 \quad F_5 = \frac{6Mab}{L^3} \quad F_6 = -\frac{Ma}{L}\left(2 - \frac{3a}{L}\right)$$